

# ANALISI MATEMATICA T-1 (C.d.L. Ing. Edile)

## Prova scritta totale

Università di Bologna - A.A. 2010/2011 - 14 Giugno 2011 - Prof. G.Cupini

MATRICOLA:

E-MAIL:

COGNOME:

NOME:

□♦♥▽

ORALE:    ☐ I app.: Martedì 21/6    –    ☐ II app.

**Esercizio 1. (4 punti)** Si consideri il sistema lineare di 3 equazioni e 3 incognite (con parametro  $k \in \mathbb{R}$ ):

$$\begin{cases} x - y + kz = 0 \\ x + 3y - z = 0 \\ y - z = 0. \end{cases}$$

- (a) **(2 punti)** Utilizzando gli strumenti dell'algebra lineare determinare quante soluzioni ha il sistema al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .
- (b) **(2 punti):** Sia  $A$  la matrice dei coefficienti del sistema e sia  $v_1$  la prima riga di  $A$ ,  $v_2$  la seconda riga di  $A$  e  $v_3$  la terza. Calcolare  $\langle v_1 \wedge v_2, 2v_1 + v_3 \rangle$ .

**Esercizio 2. (16 punti)** Sia  $f(x) = -2|x| + 10 \arctan \frac{|x|}{|x| + 1}$ .

- (a) **(1 punto)** Determinarne il dominio e dire se la funzione è pari, dispari, e se il grafico gode di particolari simmetrie.
- (b) **(3 punti)** Calcolare i limiti agli estremi del dominio e determinare gli eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui.
- (c) **(4 punti)** Dire se  $x = 0$  è un punto di derivabilità e, se non lo è, classificarlo.

(d) **(4 punti)** Determinare gli intervalli in cui  $f$  è crescente e quelli in cui è decrescente.

(e) **(3 punti)** Determinare gli intervalli in cui  $f$  è convessa e quelli in cui è concava.

(f) **(1 punto)** Disegnare un grafico di  $f$ , utilizzando le informazioni ottenute.

**Esercizio 3. (5 punti)** Calcolare, se esiste,  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 4| (e^{2-x} - 1)}{(x - 2)^2}$ .

**Esercizio 4. (4 punti)**

(a) **(2 punti)** Scrivere il numero complesso  $z = 2 - 2\sqrt{3}i$  in forma esponenziale.

(b) **(2 punti)** Usare (a) per determinare in  $\mathbb{C}$  le radici cubiche di  $ze^{i\frac{2\pi}{3}}$ .

# ANALISI MATEMATICA T-1 (C.d.L. Ing. Edile)

## Prova scritta totale

Università di Bologna - A.A. 2010/2011 - 14 Giugno 2011 - Prof. G.Cupini

MATRICOLA:

E-MAIL:

COGNOME:

NOME:

◇□♥▽

ORALE:    ☐ I app.: Martedì 21/6    –    ☐ II app.

### Esercizio 1. (4 punti)

- (a) **(2 punti)** Scrivere il numero complesso  $z = 3 - 3\sqrt{3}i$  in forma esponenziale,
- (b) **(2 punti)** Usare (a) per determinare in  $\mathbb{C}$  le radici cubiche di  $ze^{i\frac{2\pi}{3}}$ .

**Esercizio 2. (16 punti)** Sia  $f(x) = -|x| + 5 \arctan \frac{|x|}{|x| + 1}$ .

- (a) **(1 punto)** Determinarne il dominio e dire se la funzione è pari, dispari, e se il grafico gode di particolari simmetrie.
- (b) **(3 punti)** Calcolare i limiti agli estremi del dominio e determinare gli eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui.
- (c) **(4 punti)** Dire se  $x = 0$  è un punto di derivabilità e, se non lo è, classificarlo.
- (d) **(4 punti)** Determinare gli intervalli in cui  $f$  è crescente e quelli in cui è decrescente.
- (e) **(3 punti)** Determinare gli intervalli in cui  $f$  è convessa e quelli in cui è concava.

(f) **(1 punto)** Disegnare un grafico di  $f$ , utilizzando le informazioni ottenute.

**Esercizio 3. (4 punti)** Si consideri il sistema lineare di 3 equazioni e 3 incognite (con parametro  $k \in \mathbb{R}$ ):

$$\begin{cases} y - z = 0 \\ x + 3y - z = 0 \\ x - y + kz = 0. \end{cases}$$

(a) **(2 punti)** Utilizzando gli strumenti dell'algebra lineare determinare quante soluzioni ha il sistema al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .

(b) **(2 punti):** Sia  $A$  la matrice dei coefficienti del sistema e sia  $v_1$  la prima riga di  $A$ ,  $v_2$  la seconda riga di  $A$  e  $v_3$  la terza. Calcolare  $\langle v_3 \wedge v_2, 2v_3 + v_1 \rangle$ .

**Esercizio 4. (5 punti)** Calcolare, se esiste,  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x^2 - 9| (e^{3-x} - 1)}{(x - 3)^2}$ .

# ANALISI MATEMATICA T-1 (C.d.L. Ing. Edile)

## Prova scritta totale

Università di Bologna - A.A. 2010/2011 - 14 Giugno 2011 - Prof. G.Cupini

MATRICOLA:

E-MAIL:

COGNOME:

NOME:

◇♡□▽

ORALE: ☐ I app.: Martedì 21/6    –    ☐ II app.

**Esercizio 1. (4 punti)** Si consideri il sistema lineare di 3 equazioni e 3 incognite (con parametro  $k \in \mathbb{R}$ ):

$$\begin{cases} x - y + kz = 0 \\ y - z = 0 \\ x + 3y - z = 0. \end{cases}$$

(a) **(2 punti)** Utilizzando gli strumenti dell'algebra lineare determinare quante soluzioni ha il sistema al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .

(b) **(2 punti):** Sia  $A$  la matrice dei coefficienti del sistema e sia  $v_1$  la prima riga di  $A$ ,  $v_2$  la seconda riga di  $A$  e  $v_3$  la terza. Calcolare  $\langle v_1 \wedge v_3, 2v_1 + v_2 \rangle$ .

**Esercizio 2. (5 punti)** Calcolare, se esiste,  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{|x^2 - 16| (e^{4-x} - 1)}{(x - 4)^2}$ .

**Esercizio 3. (16 punti)** Sia  $f(x) = 5 \arctan \frac{|x|}{|x| + 1} - |x|$ .

(a) **(1 punto)** Determinarne il dominio e dire se la funzione è pari, dispari, e se il grafico gode di particolari simmetrie.

- (b) **(3 punti)** Calcolare i limiti agli estremi del dominio e determinare gli eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui.
- (c) **(4 punti)** Dire se  $x = 0$  è un punto di derivabilità e, se non lo è, classificarlo.
- (d) **(4 punti)** Determinare gli intervalli in cui  $f$  è crescente e quelli in cui è decrescente.
- (e) **(3 punti)** Determinare gli intervalli in cui  $f$  è convessa e quelli in cui è concava.
- (f) **(1 punto)** Disegnare un grafico di  $f$ , utilizzando le informazioni ottenute.

**Esercizio 5. (4 punti)**

- (a) **(2 punti)** Scrivere il numero complesso  $z = 4 - 4\sqrt{3}i$  in forma esponenziale,
- (b) **(2 punti)** Usare (a) per determinare in  $\mathbb{C}$  le radici cubiche di  $ze^{i\frac{2\pi}{3}}$ .

# ANALISI MATEMATICA T-1 (C.d.L. Ing. Edile)

## Prova scritta totale

Università di Bologna - A.A. 2010/2011 - 14 Giugno 2011 - Prof. G.Cupini

MATRICOLA:

E-MAIL:

COGNOME:

NOME:

◇♥▽□

ORALE:    ☐ I app.: Martedì 21/6    –    ☐ II app.

**Esercizio 1. (5 punti)** Calcolare, se esiste,  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x^2 - 25| (e^{5-x} - 1)}{(x - 5)^2}$ .

**Esercizio 3. (16 punti)** Sia  $f(x) = 10 \arctan \frac{|x|}{|x| + 1} - 2|x|$ .

- (a) **(1 punto)** Determinarne il dominio e dire se la funzione è pari, dispari, e se il grafico gode di particolari simmetrie.
- (b) **(3 punti)** Calcolare i limiti agli estremi del dominio e determinare gli eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui.
- (c) **(4 punti)** Dire se  $x = 0$  è un punto di derivabilità e, se non lo è, classificarlo.
- (d) **(4 punti)** Determinare gli intervalli in cui  $f$  è crescente e quelli in cui è decrescente.
- (e) **(3 punti)** Determinare gli intervalli in cui  $f$  è convessa e quelli in cui è concava.
- (f) **(1 punto)** Disegnare un grafico di  $f$ , utilizzando le informazioni ottenute.

**Esercizio 4. (4 punti)**

- (a) **(2 punti)** Scrivere il numero complesso  $z = 5 - 5\sqrt{3}i$  in forma esponenziale,
- (b) **(2 punti)** Usare (a) per determinare in  $\mathbb{C}$  le radici cubiche di  $ze^{i\frac{2\pi}{3}}$ .

**Esercizio 5. (4 punti)** Si consideri il sistema lineare di 3 equazioni e 3 incognite (con parametro  $k \in \mathbb{R}$ ):

$$\begin{cases} x + 3y - z = 0 \\ x - y + kz = 0 \\ y - z = 0. \end{cases}$$

- (a) **(2 punti)** Utilizzando gli strumenti dell'algebra lineare determinare quante soluzioni ha il sistema al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .
- (b) **(2 punti):** Sia  $A$  la matrice dei coefficienti del sistema e sia  $v_1$  la prima riga di  $A$ ,  $v_2$  la seconda riga di  $A$  e  $v_3$  la terza. Calcolare  $\langle v_2 \wedge v_1, 2v_2 + v_3 \rangle$ .